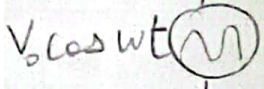
Chap I : Les lignes de Transmission

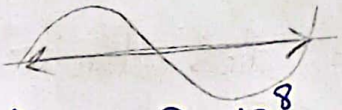
Optique et Micro-ondes 1

I- Introduction:



Lorsqu'un conducteur est parcouru par un signal dont la longueur d'onde est comparable à la longueur du conducteur, on doit prendre en compte le fait qu'en 2 pts différent de conducteurs on l'a pas la mm tension ni le même courant

$$\lambda = \frac{c}{f}, \quad f = 1KHz ; \quad \lambda = \frac{3.10^8}{10^3} = 3.10^5 m$$

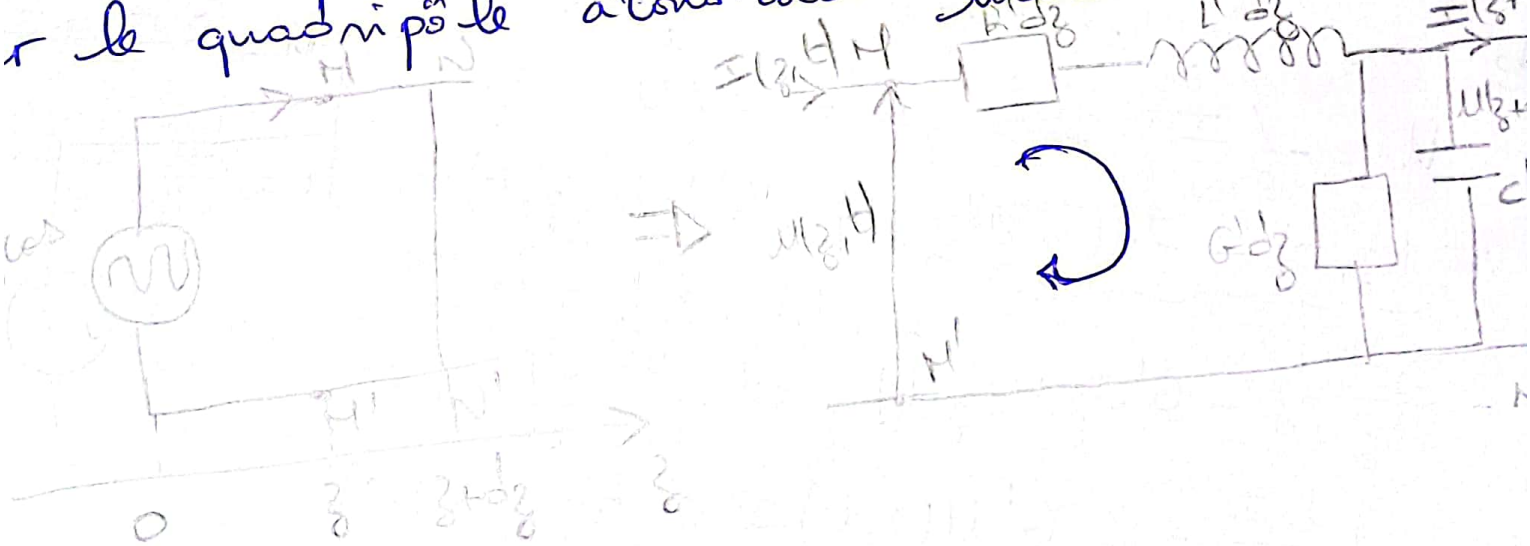


hyperfréquences = micro ondes

$$f = 10^6 Hz ; \quad \lambda = \frac{3.10^8}{10^6} = 3.10^2 m$$

$$f = 1 GHz ; \quad \lambda = \frac{3.10^8}{10^9} = 0,3 m = 30 cm$$

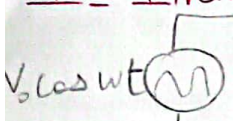
Cette prise en compte se traduit dans le cas d'une ligne à deux conducteurs (exemple: ligne bifilaire, ligne coaxiale, ligne triplaque ---) par la modélisation de chaque portion de longueur dz, par le quadripôle à constants localisées suivant



Ondes et Micro-ondes 1

Chap I : Les lignes de Transmission

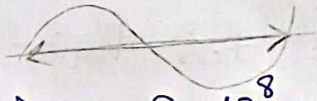
I- Introduction :



Lorsqu'un conducteur est parcouru par un signal dont la longueur d'onde est comparable à la longueur du conducteur, on doit prendre en compte le fait qu'en 2 pts différents de conducteurs on n'a pas la même tension ni le même courant

$$\lambda = \frac{c}{f}, \quad f = 1KHz ; \quad \lambda = \frac{3.10^8}{10^3} = 3.10^5 m$$

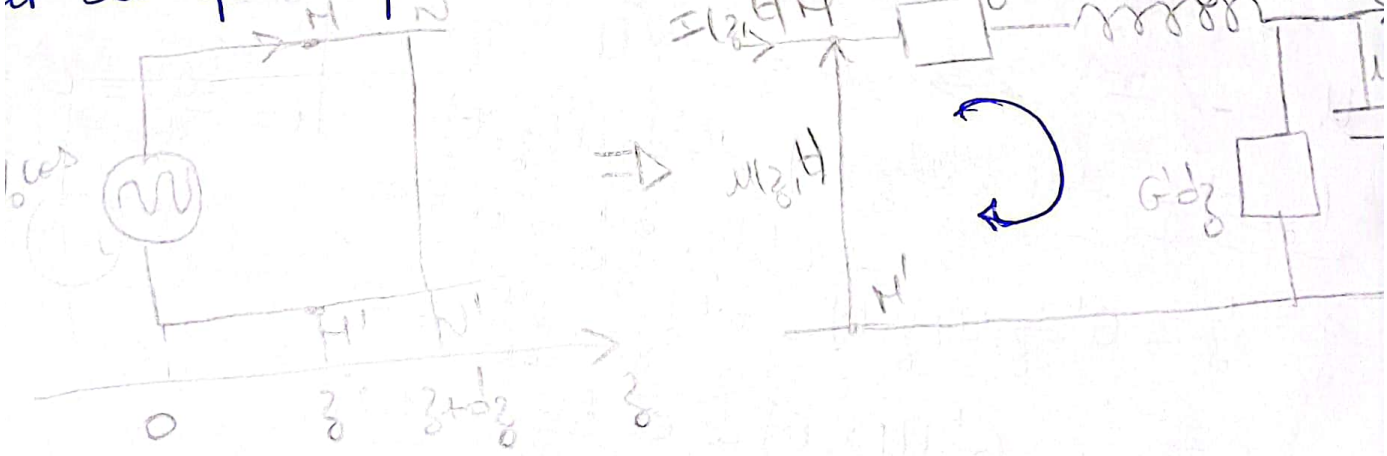
hyperfréquences = micro ondes



$$f = 10^6 Hz ; \quad \lambda = \frac{3.10^8}{10^6} = 3.10^2 m$$

$$f = 1 GHz ; \quad \lambda = \frac{3.10^8}{10^9} = 0,3 m = 30 cm$$

Cette prise en compte se traduit dans le cas d'une ligne à deux conducteurs (exemple : ligne bifilaire, ligne coaxiale, ligne triplaque ... homogène dans sa direction longitudinale, par la modélisation de chaque portion de longueur dz, par le quadripôle à constants localisées suivant

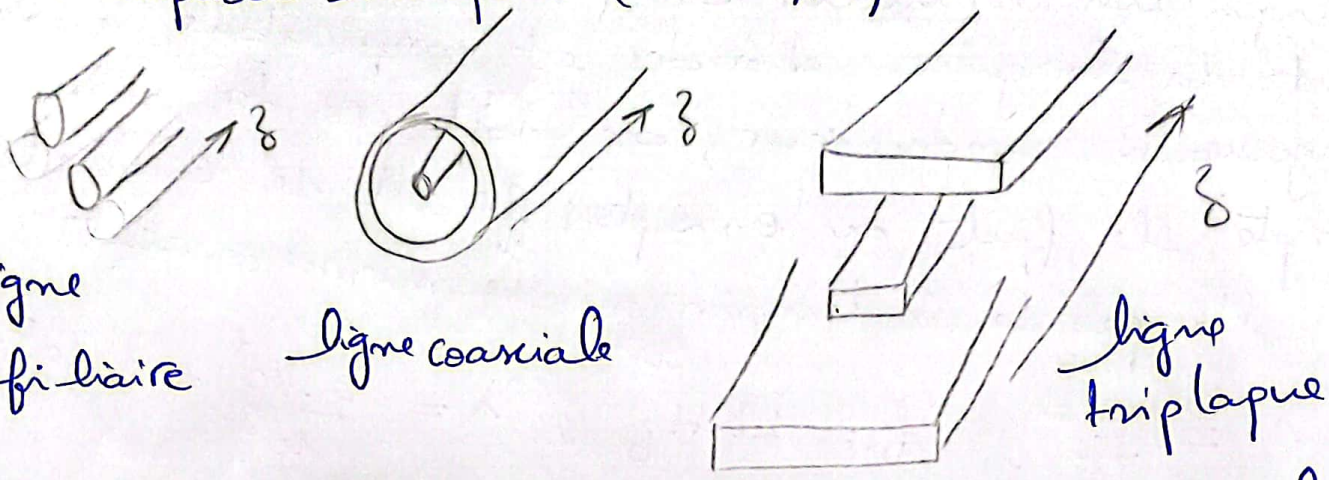


R' : résistance linéique de la ligne (en Ω/m)

L' : self inductance linéique de la ligne en (H/m)

G' : conductance linéique (en Ω^{-1}/m)

C' : capacité linéique (en F/m)



ligne bifilaire — ligne coaxiale — ligne triplaque

Appliquons les lois de Kirchhoff à quadripôle

a) loi des mailles :

$$u(z,t) - R' dz\, I(z,t) - L' dz \cdot \frac{\partial I}{\partial t} - u(z+dz,t) =$$

$$u(z+dz,t) - u(z,t) = \frac{\partial u}{\partial z} dz.$$

$$\Rightarrow -\frac{\partial u}{\partial z} dz - R' dz\, I(z,t) - L' dz \cdot \frac{\partial I}{\partial t} = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{\partial u}{\partial z} = -R' I(z,t) - L' \frac{\partial I}{\partial t}} \quad (1)$$

loi des noeuds :

$$u = -Z I \quad \leftrightarrow \quad I = -Y u$$

admittance

$u = RI \Rightarrow I =$

$i = \frac{dQ}{dt} = C.$

$$I(z,t) - I(z+dz,t) - G' dz\, u(z,t) - C' dz \cdot \frac{\partial u}{\partial t} = 0$$

$$\frac{\partial I}{\partial z} dz - G' dz\, u(z,t) - C' dz \cdot \frac{\partial u}{\partial t} = 0$$

$$\boxed{\frac{\partial I}{\partial z} = -G' u(z,t) - C' \frac{\partial u}{\partial t}} \quad (2)$$

Equations des télégraphistes

- Equations De Propagation :

: Combiner les équations (1) et (2) pour obtenir une
uation en u seulement :

n supposera que $\frac{\partial^2 I}{\partial t \partial z} = \frac{\partial^2 I}{\partial z \partial t}$

$$\frac{\partial u}{\partial z} = -R' I(z,t) - L' \frac{\partial I}{\partial t} \quad (1)$$

$$\frac{\partial I}{\partial z} = -G' u(z,t) - C' \frac{\partial u}{\partial t} \quad (2)$$

$$\frac{\partial^2 I}{\partial z} = -G' \frac{\partial u}{\partial z} - C' \frac{\partial^2 u}{\partial t}$$

$$= -G' \left(-R' I(z,t) - L' \frac{\partial I}{\partial t}\right) - C' \frac{\partial u}{\partial t}$$

$$= G'R' I(z,t) + G'L' \frac{\partial I}{\partial t} - C' \frac{\partial u}{\partial t}$$

ection

$$\frac{\partial}{\partial z}(1) \Rightarrow \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = -R' \frac{\partial I}{\partial z} - L' \frac{\partial^2 I}{\partial z \partial t}$$

$$\frac{\partial}{t}(2) \Rightarrow \frac{\partial^2 I}{\partial t \partial z} = -G' \frac{\partial u}{\partial t} - C' \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$$

$$\frac{^2u}{z^2} = -R' \left[-G'u - C' \frac{\partial u}{\partial t}\right] - L' \left[-G' \frac{\partial u}{\partial t} - C' \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}\right.$$

$$\boxed{\frac{u}{z^2} - R'G'u - [R'C + L'G] \frac{\partial u}{\partial t} - L'C' \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0}$$

tte équation s'appelle équation des télégraphistes

Montrer qu'on obtient une équation semblabl

, régime sinusoïdale (time harmonique / harmic)

n utilisera la notation complexe :

$$u(z,t) \longrightarrow \underline{u}(z)\, e^{j\omega t}$$

$$I(z,t) \longrightarrow \underline{I}(z)\, e^{j\omega t}$$

(1) $\Rightarrow \frac{d\underline{U}(z)\, e^{j\omega t}}{dz} = -R'\underline{i}(z)\, e^{j\omega t} - L' j\omega \underline{i}(z)$

$$\boxed{\frac{d\underline{U}}{dz} = -(R' + j\omega L')\,\underline{i}(z)} \quad (1)'$$

(2) $\Rightarrow$ $$\boxed{\frac{d\underline{i}(z)}{dz} = -(G' + j\omega C')\,\underline{U}(z)} \quad (2)'$$

(1)' et (2)' $\Rightarrow \frac{d(1)'}{dz} \Rightarrow \frac{d^2\underline{U}}{dz^2} = -(R' + j\omega L')\frac{d\underline{i}(z)}{dz}$

$\Rightarrow$ $$\boxed{\frac{d^2\underline{U}(z)}{dz^2} = +(R' + j\omega L')(G' + j\omega C')\,\underline{U}(z)} \quad (3a)$$

c'est l'équation de propagation en $\underline{U}(z)$

et en posant $\underline{\gamma}^2 = (R' + j\omega L')(G' + j\omega C')$

$\Rightarrow$ $$\boxed{\frac{d^2\underline{U}}{dz^2} = \underline{\gamma}^2\,\underline{U}} \quad (3b)$$

Ex: obtenir en équation en $\underline{i}(z)$ seulement pour le cas là.

Réponse $\frac{d^2\underline{U}(z)}{dz} = -(R' + j\omega L')\frac{d\underline{i}(z)}{dz}$

$= -(R' + j\omega L')(-G' + j\omega C')$

$$\frac{d^2\underline{i}(z)}{dz^2} = -(G' + j\omega C')\cdot\frac{d\underline{U}(z)}{dz}$$

$$\boxed{\frac{d^2\underline{i}(z)}{dz^2} = +(G' + j\omega C')(R' + j\omega L')\,\underline{i}(z)} \quad (3c)$$

$\underline{\gamma}^2\,\underline{i}(z)$

$$\underline{\gamma} = \sqrt{(R' + j\omega L')(G' + j\omega C')}$$

$$\boxed{\frac{d^2\underline{U}}{dz^2} = \underline{\gamma}^2\,\underline{U}(z)} \quad (3a)$$

- Résolution des Equations de Propagation :

$$\frac{d^2\underline{U}}{dz^2} - \underline{\gamma}^2 \underline{U} = 0$$

$$\underline{U}(z) = \underline{U}_+ e^{-\underline{\gamma} z} + \underline{U}_- e^{+\underline{\gamma} z}$$

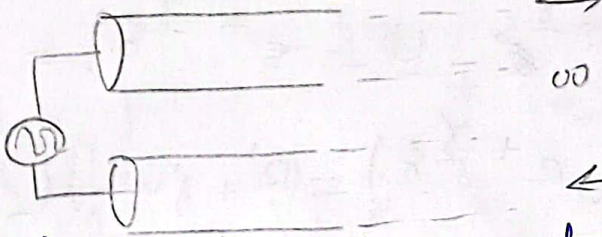
• $\underline{U}_+$, $\underline{U}_-$: 2 cons
qui ont la dime
d'une tension

$$\frac{d^2\underline{\dot{U}}(z)}{dz^2} - \underline{\gamma}^2 \underline{\dot{I}}(z) = 0$$

$$\Rightarrow \underline{\dot{I}}(z) = \underline{\dot{I}}_+ e^{-\underline{\gamma} z} + \underline{\dot{I}}_- e^{+\underline{\gamma} z}$$

$\underline{\dot{I}}_+$ et $\underline{\dot{I}}_-$ sont 2 constantes homogènes à un cou

supposons qu'on a une ligne infinie



En incorporant la dépendance temporelle on au

$$\underline{U}(z)\, e^{j\omega t} = \underbrace{\underline{U}_+ e^{(-\underline{\gamma} z + j\omega t)}}_{\text{onde aller}} + \underbrace{\underline{U}_- e^{(+\underline{\gamma} z - j\omega t)}}_{\text{onde retour}}$$

$$= \underline{U}_+ e^{-\alpha z} e^{-j(\beta z - \omega t)}$$

ici $\underline{U}_- = 0$: pas d'onde retour, représente l'at

$e^{j(\omega t - \beta z)}$: représente une onde progressive dans

de

Onde à double périodicité

$\beta = \frac{2\pi}{\lambda}$; λ : période spaciale
longueur d'onde

$\omega = \frac{2\pi}{T}$, T : période temporelle

EX Hf

$$\frac{\underline{U}_+}{\underline{\dot{I}}_+} = -\frac{\underline{U}_-}{\underline{\dot{I}}_-} = \underline{Z}_c \; ; \quad \underline{Z}_c = \sqrt{\frac{R' + }{G' + }}$$

Réponse de l'exercice :

$$\frac{\underline{U}_+}{\underline{U}_-} = \frac{\underline{i}_+}{\underline{i}_-} = \underline{Z}_c \; ??$$

$$\frac{d\underline{U}}{dz} = -(R' + jwL')\,\underline{i}(z)$$

$$\underline{U}(z) = \underline{U}_+ e^{-\underline{\gamma} z} + \underline{U}_- e^{+\underline{\gamma} z}$$

$$\frac{d\underline{U}}{dz} = -\underline{\gamma}\,\underline{U}_+ e^{-\underline{\gamma} z} + \underline{\gamma}\,\underline{U}_- e^{+\underline{\gamma} z}$$

$$= -\underline{\gamma}\left(\underline{U}_+ e^{-\underline{\gamma} z} - \underline{U}_- e^{+\underline{\gamma} z}\right) = -(R' + jwL')\,\underline{i}(z)$$

$$= +\underline{\gamma}\left(\underline{U}_+ e^{-\underline{\gamma} z} - \underline{U}_- e^{+\underline{\gamma} z}\right) = (R' + jwL')\,\underline{i}(z)$$

$$\underline{\gamma}\left(\underline{U}_+ e^{-\underline{\gamma} z} - \underline{U}_- e^{+\underline{\gamma} z}\right) = (R' + jwL')\left(\underline{i}_+ e^{-\underline{\gamma} z} + \underline{i}_- e^{+\underline{\gamma} z}\right)$$

$$\left.\begin{aligned} -\underline{\gamma}\,\underline{U}_+ &= -(R' + jwL')\,\underline{i}_+ \\ \underline{\gamma}\,\underline{U}_- &= -(R' + jwL')\,\underline{i}_- \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{\underline{U}_+}{\underline{U}_-} = \frac{R' + jwL'}{\underline{\gamma}}$$

$$\frac{\underline{U}_-}{\underline{i}_-} = -\frac{R' + jwL'}{\underline{\gamma}} \Rightarrow \frac{R' + jwL'}{\underline{\gamma}} = \frac{R' + jwL'}{\sqrt{(R' + jwL')(G' + jwC')}}$$

$$= \sqrt{\frac{R' + jwL'}{G' + jwC'}} = \underline{Z}_c$$

$\underline{Z}_c$: impédance caractéristique de la ligne.

Il s'en suit que :

$$\underline{i}(z) = \left(\frac{1}{\underline{Z}_c}\right)\left(\underline{U}_+ e^{-\underline{\gamma} z} - \underline{U}_- e^{+\underline{\gamma} z}\right) \quad (4b)$$

$\frac{1}{\underline{Z}_c} = \underline{Y}_c$

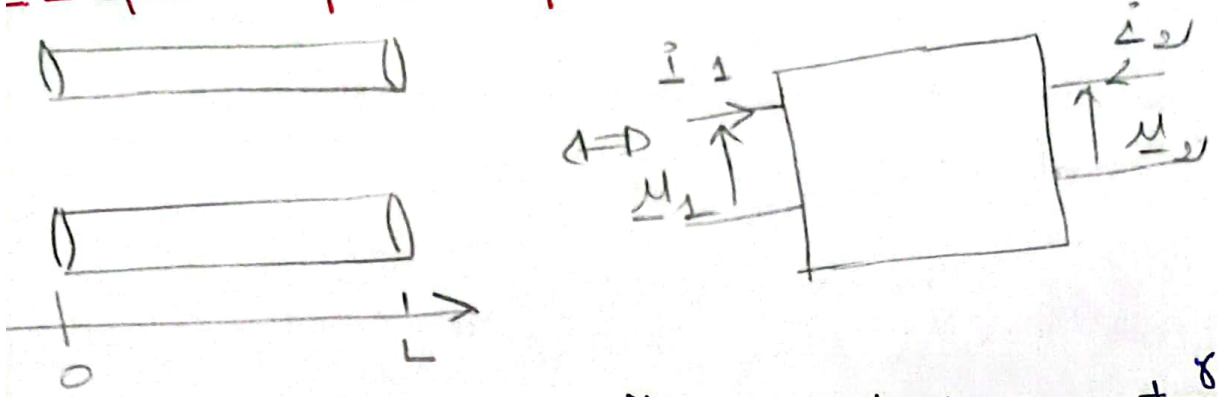
$$\underline{U}(z) = \underline{U}_+ e^{-\underline{\gamma} z} + \underline{U}_- e^{+\underline{\gamma} z} \quad (4a)$$

⊗ Utiliser l'égalité $\underline{\gamma} = \sqrt{(R' + jwL')(G + jwC')} = \alpha +$ pour obtenir une expression de α et une de β en fct de R', G', C', L', et w.

dz

Dans le cas de faible pertes où $G' \ll C'\omega$ et
$R' \ll L'\omega$
mplifier les expressions de α, β et Z_c

I - Quadripôle Equivalent :



$$\begin{pmatrix} \underline{u}(z) \\ \underline{i}(z) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ \underline{Y}_c \end{pmatrix} \underline{u}_+ e^{-\underline{\gamma} z} + \begin{pmatrix} 1 \\ -\underline{Y}_c \end{pmatrix} \underline{u}_- e^{+\underline{\gamma} z}$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ \underline{Y}_c & -\underline{Y}_c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^{-\underline{\gamma} z} & 0 \\ 0 & e^{+\underline{\gamma} z} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \underline{u}_+ \\ \underline{u}_- \end{pmatrix} \quad (*)$$

1) Ecrire la relation (*) pour $z = 0$
2) " " pour $z = L$ inversement de matrice
3) obtenir (T) tq $\begin{pmatrix} \underline{u}(z=L) \\ \underline{i}(z=L) \end{pmatrix} = (T) \begin{pmatrix} \underline{u}(z=0) \\ \underline{i}(z=0) \end{pmatrix}$

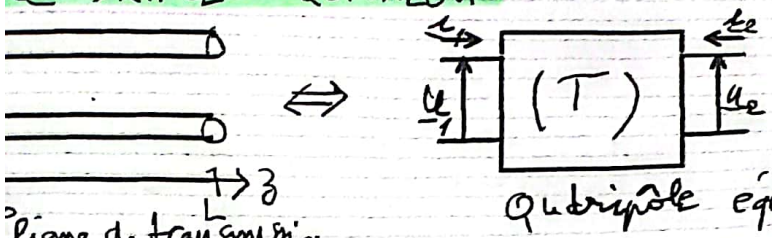
$$(T) = \left(\begin{array}{c|c} \cosh(\underline{\gamma} L) & -\underline{Z}_c \sinh(\underline{\gamma} L) \\ \hline -\underline{Y}_c \sinh(\underline{\gamma} L) & \cosh(\underline{\gamma} L) \end{array}\right)$$

$\cosh(x) = \cosh(x) = \dfrac{e^x + e^{-x}}{2}$

$\sinh(x) = \sinh(x) = \dfrac{e^x - e^{-x}}{2}$

$$\begin{pmatrix} a & c \\ b & d \end{pmatrix}^{-1} = \frac{1}{\det} \begin{pmatrix} d & -c \\ -b & a \end{pmatrix}$$

QUADRIPOLE EQUIVALENT



ligne de transmission ⟺ Quadripôle équivalent

$$\underline{u}(z) = \underline{u}_+ e^{-\underline{\gamma} z} + \underline{u}_- e^{+\underline{\gamma} z}$$

$$\underline{i}(z) = \frac{1}{\underline{Y}_c}\left(\underline{u}_+ e^{-\underline{\gamma} z} - \underline{u}_- e^{+\underline{\gamma} z}\right)$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} \underline{u}(z) \\ \underline{i}(z) \end{pmatrix} = \underline{u}_+ e^{-\underline{\gamma} z} \begin{pmatrix} 1 \\ \underline{Y}_c \end{pmatrix} + \underline{u}_- e^{+\underline{\gamma} z} \begin{pmatrix} 1 \\ -\underline{Y}_c \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} \underline{u}(z) \\ \underline{i}(z) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ \underline{Y}_c & -\underline{Y}_c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \underline{u}_+ e^{-\underline{\gamma} z} \\ \underline{u}_- e^{+\underline{\gamma} z} \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} \underline{u}(z) \\ \underline{i}(z) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ \underline{Y}_c & -\underline{Y}_c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^{-\underline{\gamma} z} & 0 \\ 0 & e^{+\underline{\gamma} z} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \underline{u}_+ \\ \underline{u}_- \end{pmatrix} \quad (*)$$

Appliquons la relation (*) en $z=0$ et $z=L$

$$\begin{pmatrix} \underline{u}(0) \\ \underline{i}(0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ \underline{Y}_c & -\underline{Y}_c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \underline{u}_+ \\ \underline{u}_- \end{pmatrix} \quad (\Delta)$$

$$\begin{pmatrix} \underline{u}(L) \\ \underline{i}(L) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ \underline{Y}_c & -\underline{Y}_c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^{-\underline{\gamma} L} & 0 \\ 0 & e^{+\underline{\gamma} L} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \underline{u}_+ \\ \underline{u}_- \end{pmatrix} \quad (\Delta\Delta)$$

$$(\Delta) \Rightarrow \begin{pmatrix} \underline{u}_+ \\ \underline{u}_- \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ \underline{Y}_c & -\underline{Y}_c \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} \underline{u}(0) \\ \underline{i}(0) \end{pmatrix}$$

$$= \frac{1}{\det} \begin{pmatrix} -\underline{Y}_c & -1 \\ -\underline{Y}_c & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \underline{u}(0) \\ \underline{i}(0) \end{pmatrix}$$

$$\det = -\underline{Y}_c - \underline{Y}_c = -2\underline{Y}_c$$

$$\begin{pmatrix} \underline{u}(L) \\ \underline{i}(L) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ \underline{Y}_c & -\underline{Y}_c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^{-\underline{\gamma} L} & 0 \\ 0 & e^{+\underline{\gamma} L} \end{pmatrix} \frac{1}{2\underline{Y}_c} \begin{pmatrix} \underline{Y}_c & 1 \\ \underline{Y}_c & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \underline{u}(0) \\ \underline{i}(0) \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} e^{-\underline{\gamma} L} & e^{+\underline{\gamma} L} \\ \underline{Y}_c e^{-\underline{\gamma} L} & -\underline{Y}_c e^{+\underline{\gamma} L} \end{pmatrix} \frac{1}{2\underline{Y}_c} \begin{pmatrix} \underline{Y}_c & 1 \\ \underline{Y}_c & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \underline{u}(0) \\ \underline{i}(0) \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} \frac{e^{-\underline{\gamma} L} + e^{+\underline{\gamma} L}}{2} & \frac{e^{-\underline{\gamma} L} - e^{+\underline{\gamma} L}}{2\underline{Y}_c} \\ \left(\frac{e^{-\underline{\gamma} L} - e^{+\underline{\gamma} L}}{2}\right)\underline{Y}_c & \frac{e^{-\underline{\gamma} L} + e^{+\underline{\gamma} L}}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \underline{u}(0) \\ \underline{i}(0) \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \underline{u}_1 \\ \underline{i}_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \operatorname{ch}(\underline{\gamma} L) & -\underline{Z}_c \operatorname{sh}(\underline{\gamma} L) \\ \underline{Y}_c \operatorname{sh}(\underline{\gamma} L) & -\operatorname{ch}(\underline{\gamma} L) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \underline{u}_2 \\ -\underline{i}_2 \end{pmatrix}$$

(T) matrice chaine

$$\underline{u}(0) = +\underline{u}_1$$
$$\underline{i}(0) = +\underline{i}_1$$
$$\underline{u}(L) = +\underline{u}_2$$
$$\underline{i}(L) = -\underline{i}_2$$

remarque: Lorsque deux quadripôles sont l'un à la suite l'autre (on dit qu'ils sont mis en cascade) la matrice chaine du quadripôle équivalent est le produit des deux matrices chaines de chacun des quadripôles

$$\boxed{(T_1)}\boxed{(T_2)} \Leftrightarrow \boxed{(T)} \qquad (T) = (T_1) \times (T_2)$$

V QUELQUES DEFINITIONS RELATIVES A UNE LIGNE DE TRANSMISION:

V.1 Coefficient de Reflexion $\underline{\rho}(z)$:

$$\underline{\rho}(z) = \frac{\underline{U}_- \exp(\underline{\gamma} z)}{\underline{U}_+ \exp(-\underline{\gamma} z)} = \frac{\underline{U}_-}{\underline{U}_+} \exp(2\underline{\gamma} z)$$

d'où

$$\underline{u}(z) = u_+ \exp(-\gamma z)[1 + \underline{\rho}(z)]$$

$$\underline{i}(z) = \underline{Y}_c \underline{U}_+ \exp(\gamma z)[1 - \underline{\rho}(z)]$$

V.2 Impédance Localisée

$$\underline{Z}(z) = \frac{\underline{U}(z)}{\underline{i}(z)} = \underline{Z}_c \frac{1 + \underline{\rho}(z)}{1 - \underline{\rho}(z)}$$

Ex : Montrer que $\underline{\rho}(z) = \dfrac{\underline{Z}(z) - \underline{Z}_c}{\underline{Z}(z) + \underline{Z}_c}$

V.3 Puissance Complexe:

$$\underline{\mathcal{P}}(z) = \frac{1}{2} \underline{u}(z) \underline{i}^*(z) = P(z) + j S(z)$$

P est la puissance active

S est la puissance réactive

Ex : Montrer que lorsque $\underline{\gamma}$ est réelle pure alors :

$$P(z) = Y_c \left[|u_+|^2 \exp(-2\alpha z) - |u_-|^2 \exp(2\alpha z) \right]$$

$$S(z) = Y_c \, 2 \, \mathrm{Im}\left[\ldots \exp(2j\beta z) \right]$$

VI LIGNE TERMINÉE PAR UNE CHARGE: (charge / Load)

VI-1 Coefficient de réflexion et impédance localisée



du fait de la continuité de $\underline{u}$ et de $\underline{i}$, on a $\underline{Z}(L) = \underline{Z}_L = \underline{Z}_c \dfrac{1 + \underline{\rho}_L}{1 - \underline{\rho}_L}$ d'après $\underline{\rho}(z) = \ldots$

$$\Rightarrow \underline{\rho}(L) = \underline{\rho}_L = \underline{\rho}(0) \exp(2\underline{\gamma} L) = \frac{\underline{Z}_L - \underline{Z}_c}{\underline{Z}_L + \underline{Z}_c}$$

et $\underline{\rho}(z) = \underline{\rho}(0) \exp(2\underline{\gamma} z) = \underline{\rho}(L) \exp 2\underline{\gamma}(z - L)$

$$\underline{Z}(z) = \underline{Z}_c \frac{1 + \underline{\rho}(z)}{1 - \underline{\rho}(z)} = \underline{Z}_c \frac{1 + \ldots}{1 \ldots}$$

Ex : trouver $\underline{Z}(z) = \underline{Z}_c \dfrac{\underline{Z}_L - \underline{Z}_c \, \mathrm{th}[\underline{\gamma}(z - L)]}{\underline{Z}_c - \underline{Z}_L (\mathrm{th}[\underline{\gamma}(z - L)])}$

$\mathrm{th}(x) = \dfrac{\mathrm{sh}(x)}{\mathrm{ch}(x)}$

VI Cas particuliers

Rappels:

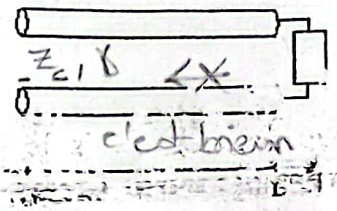
Coefficient de réflexion :

$$\underline{\rho}(z) = \frac{\underline{u}_-}{\underline{u}_+} e^{2\underline{\gamma}z} \; ; \; \underline{u}(z) = \underline{u}_+ e^{-\underline{\gamma}z}[1+\underline{\rho}(z)] \; ;$$

$$\underline{i}(z) = \underline{Y}_c \underline{u}_+ e^{-\underline{\gamma}z}[1-\underline{\rho}(z)]$$

$$\underline{Z}(z) = \underline{Z}_c \frac{1+\underline{\rho}(z)}{1-\underline{\rho}(z)} \; ; \; \underline{\rho}(z) = \frac{\underline{Z}(z)-\underline{Z}_c}{\underline{Z}(z)+\underline{Z}_c}$$

LIGNE TERMINEE PAR UNE CHERGE¶

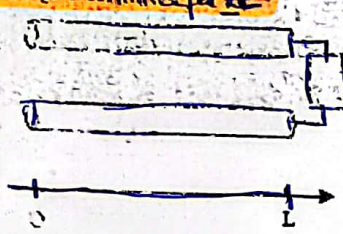


$$\underline{\rho}(z) = \underline{\rho}_L e^{2\underline{\gamma}(z-L)}$$

$$\underline{Z}(z) = \underline{Z}_c \frac{\underline{Z}_L - \underline{Z}_c \tanh(\underline{\gamma}(z-L))}{\underline{Z}_c - \underline{Z}_L \tanh(\underline{\gamma}(z-L))}$$

$$\underline{\rho}_L = \frac{\underline{Z}_L - \underline{Z}_c}{\underline{Z}_L + \underline{Z}_c}$$

VI-1 Ligne terminée par Z_c



$\underline{Z}_L = \underline{Z}_c$ (cas $\underline{\rho}_L = 0$) $\Rightarrow \underline{\rho}(\beta) = 0 \Rightarrow \underline{u} = 0$

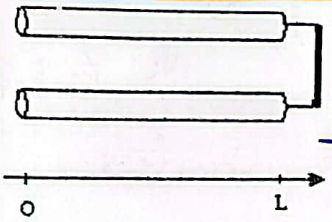
et donc $\underline{Z}(\beta) = \underline{Z}_c$

Il n'y a pas d'onde réfléchie, toute l'énergie est absorbée par Z_c (par la cha

On dit que la charge est une **charge adaptée** (C.A) et que **la ligne est adaptée.**

$|\underline{\rho}_L| = 1$ $(0 < |\underline{\rho}| < 1$ onde t

VI-2 Ligne terminée par un court-circuit (C.C):



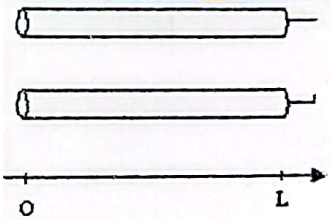
$\underline{Z}_L = 0 \Rightarrow \underline{\rho}_L = -1$ $(\underline{u}(L) = 0$ onde t

$\underline{u}_L = 0$ $\underline{\rho}(\beta) = -e^{-2\underline{\gamma}(\beta-L)}$

$\underline{Z}_{cc}(\beta) = -\underline{Z}_c \tanh[\underline{\gamma}(\beta-L)]$

$|\underline{\rho}_L| = 1$

VI-3 Ligne terminée par un circuit ouvert: (C.O)



$\underline{Z}_L = \infty$ $\Rightarrow \underline{\rho}_L = 1$ $(\underline{i}(L) = 0$ o

$\underline{\rho}(\beta) = \exp(2\underline{\gamma}(\beta-L))$

$\underline{Z}_{co}(\beta) = -\underline{Z}_c \coth[\underline{\gamma}(\beta-L)]$

VII-Lignes De Transmission Sans Pertes: (LSP)

Dans ce cas $R' \simeq 0$ et $G' \simeq 0 \Rightarrow \underline{Z}_c = \sqrt{\frac{R'+jwL'}{G'+jwC'}} \simeq \sqrt{\frac{L'}{C'}}$ réelle pu

conductance

propagation

atténuation $\underline{\gamma} = \alpha + j\beta$; $\alpha \simeq 0$ et $\beta \simeq w\sqrt{L'C'}$; pas d

$\Rightarrow \underline{\gamma} = \alpha + j\beta$ sachant que $\operatorname{ch}(jx) = \cos(x)$; l'onde

$\operatorname{sh}(jx) = j\sin(x)$;

On en déduit que $(T) = \begin{pmatrix} \cos(\beta L) & -j\underline{Z}_c \sin(\beta L) \\ -\underline{Y}_c j\sin(\beta L) & \cos(\beta L) \end{pmatrix}$

et $\underline{Z}(\beta) = \underline{Z}_c \cdot \frac{\underline{Z}_L - j\underline{Z}_c \operatorname{tg}(\beta(\beta-L))}{\underline{Z}_c - j\underline{Z}_L \operatorname{tg}(\beta(\beta-L))}$

→ Pour les LSP on remplace $\underline{\gamma}$ par $j\beta$

$e^{\underline{\gamma}\beta} \longrightarrow e^{j\beta\beta}$

Ex : Mq $\underline{Z}_{cc}(\beta_0)\,\underline{Z}_{co}(\beta_0) = \underline{Z}_c^{(n)} \Rightarrow n = 2$

$\underline{Z}_{cc}(\beta_0)\cdot\underline{Z}_{co}(\beta_0) = \underline{Z}_c^2$

$ch(jx) = \dfrac{e^{jx}+e^{-jx}}{2}$ $\quad th(jx) = \dfrac{sh(jx)}{ch(jx)} = j\dfrac{\sin x}{\cos x} = j\,tang(x)$

$coth(jx) = \dfrac{1}{th(jx)} = -j\,cotg(x)$

$\beta = \dfrac{2\pi}{\lambda}$

App $\quad \gamma \rightarrow j\beta$

transformer alors les expressions de $|T|$ et celle de $\underline{Z}(\beta)$

Ex : Soit une LSP qui a les données suivantes :

$\underline{Z}_{cc}(\beta_0) = j\,62,93\ (\Omega)$
$\underline{Z}_{co}(\beta_0) = -j\,89,38\ (\Omega)$

$\Rightarrow Z_c = \sqrt{62,93 \times 89,38}$

$Z_c = 75\Omega$

1) on a $\underline{Z}_L = (135 - j195)\Omega$ déduire $\underline{\varphi}$

$$\underline{\varphi}_L = \frac{\underline{Z}_L - Z_c}{\underline{Z}_L + Z_c} = \frac{135 - j195 - 75}{135 - j195 + 75} = \frac{60 - j195}{210 - j195}$$

$$\underline{\varphi}_L = \frac{(60 - j195)(210 + j195)}{(210 - j195)(210 + j195)}$$

$\underline{\varphi} = 0,6012 + j\,0,3693$

$\begin{cases} |\varphi_L| = 0,7055 \\ \angle\varphi_L = 0,5508\ rd \\ \angle\varphi_L = 31,56° \end{cases}$

Application de la loi fondamentale de dynamique pour un électron. (1)

$\vec{E} = E_0 \vec{i}$

$\vec{F} = -q\vec{E}$

$-qE_0 = m_n \frac{dv_x}{dt}$

$0 = m_n \cdot \frac{dv_y}{dt}$

$0 = m_n \frac{dv_z}{dt}$

$dv_n = \frac{-q}{m_n} E_0 dt$

$\Downarrow$

$v_{x_n} = \frac{-q}{m_n} E_0 t + v_{0x}$

$v_{y_n} = v_{0y}$

$v_{z_n} = v_{0z}$

l_n : la distance moyenne parcourut

τ_n : le temps libre moyen parcourt

$v_{th_n} = \frac{l_n}{\tau_n}$

vitesse de champ ou mobilité

$\vec{v}_n > = \frac{-q\tau_n}{m_n} \vec{E} + <\vec{v}_{0x}>$ ← moyenne.

$\vec{v}_{d_n} = \frac{-q\tau_n}{m_n} \vec{E} + \vec{0}$

$\vec{v}_{d_n} = -\mu_n \vec{E}$ ($\vec{v}_{d_n} = \mu_p \vec{E}$ pour les trous)

↑ mobilité

n°1

ur une force constante suivit une trajectoire

bolique (parabolique)

$\vec{v}_{d_n} = -\mu_n \vec{E} \Rightarrow \mu_n = \frac{q\tau_n}{m_n}$

$\Rightarrow \tau_n = \frac{m_n \mu_n}{q}$, $m_n = 0{,}26\, m_0$

masse d

$\tau_n = \frac{0{,}26 \times 9{,}1 \cdot 10^{-31} \times 1000 \cdot 10^{-4}}{1{,}6 \cdot 10^{-19}}$

en repos

$= 1{,}480{,}375 \cdot 10^{-12}$

$\mu_m = 1000\ cm^2/V\text{-}s = 10^3\ cm^2/Vs = 0,1\ m^2/Vs$

- vitesse thermique :

$$v_{th} = \frac{l_m}{\tau_m} \quad \text{ou bien} \quad v_{thm} = \sqrt{\frac{3kT}{m}}$$

AN

$$v_{thm} = \sqrt{\frac{3 \times 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 300}{0,26 \cdot 9,11 \cdot 10^{-31}}}$$

$$= 2,289 \cdot 10^{5}.$$

$$v_{th} = \frac{l_m}{\tau_m} \Rightarrow l_m = v_{th} \cdot \tau_m$$

$$= [illegible]$$

$$\tau_m = \frac{m_m \cdot \mu_m}{q}$$

Page 3

$$I = \iint \vec{J} \cdot \vec{dS} = \iint J \, dS = J \iint dS$$

$$I = J A$$

$$I = \frac{dQ}{dt}, \quad dQ = -q\, dN_m \ (e^-)$$

$$= +q\, dN_p \ (trous)$$

$$J_m = \frac{1}{A}(-q)\frac{dN_m}{dt} = -\frac{q\, n\, v_{dm} \cdot dt \cdot A}{A\, dt} = -qn v_{dm}$$

$$J_p = +q\, p\, v_{dp} \quad \text{or} \quad v_{dp} = \mu_p E$$

$$v_{dm} = \mu_m E$$